

aneb
O rychlosti a energii molekul plynu

Prof. Dr. Josef Böckler
Lehrstuhl für

Ideální plyn

-
- $d \ll h$

Ideální plyn

-

$$F_p \rightarrow 0$$

- ## Ideální plyn

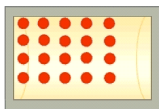
- 

Vnitřní energie ideálního plynu s dvouatomovými molekulami:

posuvný + rotační + kmitavý



Plyn v nádobě obsahuje N molekul hmotnosti m_0



$$N_1 \rightarrow v_1$$

$$N_2 \rightarrow v_2$$

$$N_3 \rightarrow \nu_3$$

$$N_i \rightarrow v_i$$

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_i$$

N_i - počet molekul s rychlostí v_i .

Kinetická energie molekuly s rychlostí v_1 je vyjádřena vztahem:

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m_o v_1^2$$

Kinetická energie N_1 molekul s rychlostí v_1 :

$$E_{\text{KN1}} = N_1 E_{\text{k1}} = \frac{1}{2} N_1 m_o v_1^2$$

$$E_{\text{kN}_2} = \frac{1}{2} N_2 m_o v_2^2$$

$$E_{\text{kNi}} = \frac{1}{2} N_i m_o v_i^2$$

Kinetická energie všech N molekul

$$E_{\text{KN}} = E_{\text{KN1}} + E_{\text{KN2}} + \dots + E_{\text{KNi}}$$

$$E_{\text{KN}} = \frac{1}{2} N_1 m_0 v_1^2 + \frac{1}{2} N_2 m_0 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} N_i m_0 v_i^2$$

kde $N = N_1 + N_2 + \dots + N_i$

N - je celkový počet molekul

$$E_{\text{KN}} = \frac{1}{2} m_0 (N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \dots + N_i v_i^2)$$

Kinetická energie všech N molekul

$$E_{\text{KN}} = \frac{1}{2} m_0 (N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \dots + N_i v_i^2)$$

Nahradíme všechny rychlosti molekul rychlostí v_k ...

$$E_{\text{KN}} = \frac{1}{2} N m_0 v_k^2$$

... tak, že E_{KN} se nezmění

$$\frac{1}{2} N m_0 v_k^2 = \frac{1}{2} m_0 (N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \dots + N_i v_i^2)$$

Pro rychlost každé molekuly v_k^2 platí vztah:

$$v_k^2 = \frac{N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \dots + N_i v_i^2}{N}$$

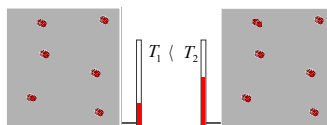
Střední kvadratická rychlost

$$v_k^2 = \frac{N_1 v_1^2 + N_2 v_2^2 + \dots + N_i v_i^2}{N}$$

Druhá mocnina střední kvadratické rychlosti se rovná součtu druhých mocnin rychlostí všech molekul děleným počtem molekul.

Střední kvadratická rychlost je rychlost, kterou lze nahradit rychlosti pohybu všech molekul, přičemž se celková kinetická energie molekul nezmění.

Střední kvadratická rychlost a teplota plynu



$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

m_0 - hmotnost molekuly

T - termodynamická teplota plynu

k - Boltzmanova konstanta ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$)

Teoreticky dokázal vztah

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$



James Clark Maxwell (1831 - 1879), skotský fyzik

Úprava vztahu pro střední kvadratickou rychlost

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

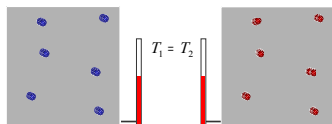
Umocníme a násobíme m_0 $m_0 v_k^2 = 3kT$

Násobíme $\frac{1}{2}$... $\frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{1}{2} 3kT$

$$E_{\text{ko}} = \frac{3}{2} kT$$

Molekuly ideálního plynu mají v důsledku neuspořádaného pohybu střední kinetickou energii, která je přímo úměrná termodynamické teplotě plynu.

Porovnejte rychlosti pohybu molekul O_2 a H_2 při stejné teplotě.



$$E_{\text{ko(kyslík)}} = \frac{3}{2} kT$$

$$E_{\text{ko(vodík)}} = \frac{3}{2} kT$$

$$E_{\text{ko(kyslík)}} = E_{\text{ko(vodík)}}$$

$$\frac{1}{2} m_{\text{O}_2} v_{\text{O}_2}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{H}_2} v_{\text{H}_2}^2$$

Řešte úlohu:

Vypočítejte střední kvadratickou rychlost molekul kyslíku při teplotách -100°C ; 0°C ; 100°C .

$$v_k = 367 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 461 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 539 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$